

CHƯƠNG II: QUAN HỆ SONG SONG

BÀI 1: ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT:

1. Khái niệm mở đầu

a) Mặt phẳng

- Để biểu diễn mặt phẳng ta thường dùng hình bình hành hay một miền góc và ghi tên của mặt phẳng vào một góc của hình biểu diễn.

- Để kí hiệu mặt phẳng, ta thường dùng các chữ cái in hoa hoặc chữ cái Hi Lạp đặt trong dấu ngoặc ().

Ví dụ: $mp P$, $mp Q$, $mp \alpha$, $mp \beta$...

Điểm thuộc mặt phẳng

- Điểm A thuộc mặt phẳng P , kí hiệu $A \in P$.
- Điểm A không thuộc mặt phẳng P , kí hiệu $A \notin P$.

Hình biểu diễn của một hình trong không gian

• Quy tắc:

- Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
- Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
- Hình biểu diễn phải giữ nguyên quan hệ thuộc giữa điểm và đường thẳng.
- Dùng nét vẽ liền để biểu diễn cho đường nhìn thấy và nét đứt đoạn biểu diễn cho đường bị che khuất.

2. Các tính chất thừa nhận

Tính chất 1: Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.

Tính chất 2: Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.

Tính chất 3: Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

→ Nếu mọi điểm của đường thẳng d đều thuộc mặt phẳng α thì ta nói đường thẳng d nằm trong mặt phẳng α

Kí hiệu: $d \subset \alpha$ hay $\alpha \supset d$

Tính chất 4: Tồn tại bốn điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng.

Tính chất 5: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa.

→ Đường thẳng d chung của hai mặt phẳng phân biệt α và β được gọi là giao tuyến của α và β .

Kí hiệu: $d = \alpha \cap \beta$

Tính chất 6: Trong mỗi mặt phẳng, các kết đã biết của hình học phẳng đều đúng.

3. Cách xác định một mặt phẳng

- Mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.

- Mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết nó đi qua một điểm và chứa một đường thẳng không đi qua điểm đó.

- Mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết nó chứa qua hai đường thẳng cắt nhau.

4. Hình chóp và tứ diện

a) Hình chóp:

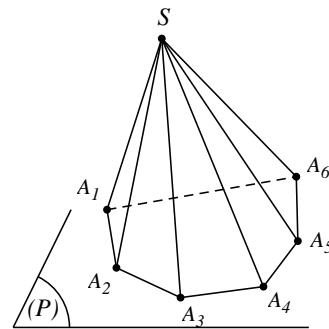
Cho đa giác $A_1A_2\dots A_n$ và cho điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa đa giác đó. Nối S với các đỉnh A_1, A_2, \dots, A_n ta được n miền đa giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_{n-1}A_n$.

Hình gồm n tam giác đó và đa giác $A_1A_2A_3\dots A_n$ được gọi là hình chóp $S.A_1A_2A_3\dots A_n$.

Trong đó:

- Điểm S gọi là đỉnh của hình chóp.
- Đa giác $A_1A_2\dots A_n$ gọi là mặt đáy của hình chóp.
- Các đoạn thẳng $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ gọi là các cạnh đáy của hình chóp.
- Các đoạn thẳng SA_1, SA_2, \dots, SA_n gọi là các cạnh bên của hình chóp.
- Các miền tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_{n-1}A_n$ gọi là các mặt bên của hình chóp.

Nếu đáy của hình chóp là một miền tam giác, tứ giác, ngũ giác, ... thì hình chóp tương ứng gọi là hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác, hình chóp ngũ giác, ...



b) Hình tứ diện

- Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ABD, ACD và BCD được gọi là hình tứ diện (tứ diện). Kí hiệu: $ABCD$.

- Hình tứ diện có bốn mặt là những tam giác đều được gọi là **hình tứ diện đều**.

B. PHẦN TỰ LUẬN

DẠNG 1. TÌM GIAO TUYẾN GIỮA HAI MẶT PHẪNG

Bài 1. Cho bốn điểm A, B, C và D không đồng phẳng. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AC và BC . Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$.

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng MNP và ACD .

b) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng MNP và ABD .

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:

a) SAC và SBD b) SAC và MBD c) MBC và SAD d) SAB và SCD

Bài 3. Cho bốn điểm A, B, C và D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và BC .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng IBC và KAD .

b) Gọi M và N là hai điểm lần lượt lấy trên hai đoạn thẳng AB và AC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng IBC và DMN

Bài 4. Cho tứ diện $ABCD$, O là một điểm thuộc miền trong tam giác BCD , M là điểm trên đoạn AO

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với các mặt phẳng (ABC) .

b) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (MCD) với các mặt phẳng (ABD) .

c) Gọi I, J là các điểm tương ứng trên các cạnh BC và BD sao cho IJ không song song với CD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IJM) và (ACD) .

DẠNG 2. TÌM GIAO ĐIỂM GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Bài 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD , trên cạnh AD lấy điểm P không trùng với trung điểm của AD . Tìm giao điểm của hai mặt phẳng PMN và BC .

Bài 6. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA .

a) Tìm giao điểm của đường thẳng CD với mặt phẳng SAB .

b) Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng MCD .

c) Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng SBD .

DẠNG 3. CHỨNG MINH BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY, BA ĐIỂM THẲNG HÀNG

Bài 7. Cho tứ diện $S.ABC$. Trên SA, SB, SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh J, I, K thẳng hàng.

Bài 8. Cho tứ giác $ABCD$ nằm trong mặt phẳng α có hai cạnh AB và CD không song song với nhau. S là điểm nằm ngoài mặt phẳng α và M là trung điểm của đoạn SC .

a) Tìm giao điểm N của đường thẳng SD và mặt phẳng MAB .

b) Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng minh rằng ba đường thẳng SO, AM và BN đồng quy.

Bài 9. Cho bốn điểm A, B, C và D không đồng phẳng. Gọi G_A, G_B, G_C, G_D lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD, CDA, ADB, ACB . Chứng minh rằng AG_A, BG_B, CG_C, DG_D đồng qui.

DẠNG 4. TÌM THIẾT DIỆN

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Trong mặt phẳng đáy vẽ đường thẳng d đi qua A và không song song với các cạnh của hình bình hành, d cắt BC tại E . Gọi C' là một điểm nằm trên cạnh SC .

a) Tìm giao điểm M của CD và mp $C'AE$.

b) Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng $C'AE$.

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AB và CD không song song. Gọi M là một điểm thuộc miền trong của tam giác SCD .

a) Tìm giao điểm E của đường thẳng CD và mặt phẳng (SBM) .

b) Tìm giao điểm I của đường thẳng BM và mặt phẳng (SAC) .

c) Tìm giao điểm P của SC và mặt phẳng (ABM) , từ đó suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (ABM) .

d) Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng APM .

Bài 12. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang với AD là đáy lớn. Gọi $I = AC \cap BD, P$ là một điểm trên đoạn SI . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng PAB .

C. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong mặt phẳng (α) , cho bốn điểm A, B, C, D trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Điểm $S \notin (\alpha)$. Có mấy mặt phẳng tạo bởi S và hai trong số 4 điểm nói trên?

A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

Câu 2. Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là :

A. 5 mặt, 5 cạnh. B. 6 mặt, 5 cạnh. C. 6 mặt, 10 cạnh. D. 5 mặt, 10 cạnh.

Câu 3. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

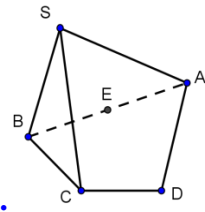
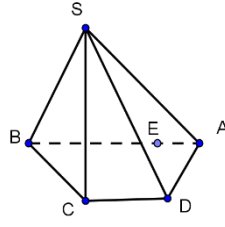
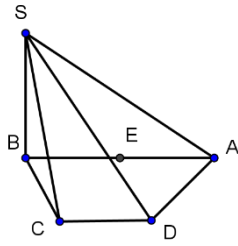
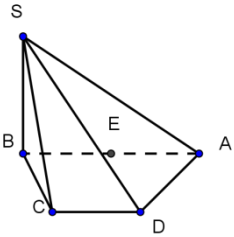
A. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.

B. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

C. Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

D. Nếu ba điểm phân biệt M, N, P cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB gấp đôi đáy nhỏ CD , E là trung điểm của đoạn AB . Hình vẽ nào sau đây vẽ đúng quy tắc?



- A. B. C. D.

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Qua ba điểm xác định một và chỉ một mặt phẳng.
 B. Qua ba điểm phân biệt xác định một và chỉ một mặt phẳng.
 C. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định hai mặt phẳng phân biệt.
 D. Qua ba điểm phân biệt không thẳng hàng xác định một và chỉ một mặt phẳng.

Câu 6. Xét các mệnh đề sau đây:

- I Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
 II Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm phân biệt.
 III Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
 IV Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có duy nhất một điểm chung khác nữa.

Số mệnh đề **sai** trong các mệnh đề trên là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 7. Trong phát biểu sau đây, phát biểu nào **đúng**?

- A. Hình chóp có tất cả các mặt là hình tam giác.
 B. Tất cả các mặt bên của hình chóp là hình tam giác.
 C. Tồn tại một mặt bên của hình chóp không phải là hình tam giác.
 D. Số cạnh bên của hình chóp bằng số mặt của nó.

Câu 8. Thiết diện của mặt phẳng với tứ diện là:

- A. Tam giác hoặc tứ giác. B. Luôn là một tứ giác.
 C. Luôn là một tam giác. D. Tam giác, tứ giác hoặc ngũ giác.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng SAC và mặt phẳng SBD là đường thẳng

- A. SN . B. SC . C. SB . D. SM .

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của mặt phẳng SAB và mặt phẳng SCD là đường thẳng

- A. SN . B. SA . C. MN . D. SM .

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng ACD và GAB là:

- A. AM , M là trung điểm AB . B. AN , N là trung điểm CD .
 C. AH , H là hình chiếu của B trên CD . D. AK , K là hình chiếu của C trên BD .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC . Giao tuyến của hai mặt phẳng $ABCD$ và AIJ là:

- A. AK , K là giao điểm IJ và BC . B. AH , H là giao điểm IJ và AB .
 C. AG , G là giao điểm IJ và AD . D. AF , F là giao điểm IJ và CD .

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng SMN và SAC là:

- A. SD . B. SO , O là tâm hình bình hành $ABCD$.
 C. SG , G là trung điểm AB . D. SF , F là trung điểm CD .

Câu 14. Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Trên AB, AD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho MN cắt BD tại I . Điểm I không thuộc mặt phẳng nào sau đây:

- A.** BCD . **B.** ABD . **C.** CMN . **D.** ACD .

Câu 15. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA . Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng MCD .

- A.** Điểm H , trong đó $E = AB \cap CD, H = SA \cap EM$
B. Điểm N , trong đó $E = AB \cap CD, N = SB \cap EM$
C. Điểm F , trong đó $E = AB \cap CD, F = SC \cap EM$
D. Điểm T , trong đó $E = AB \cap CD, T = SD \cap EM$

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA . Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng SBD .

- A.** Điểm H , trong đó $I = AC \cap BD, H = MA \cap SI$
B. Điểm F , trong đó $I = AC \cap BD, F = MD \cap SI$
C. Điểm K , trong đó $I = AC \cap BD, K = MC \cap SI$
D. Điểm V , trong đó $I = AC \cap BD, V = MB \cap SI$

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD . Mặt phẳng α qua MN cắt AD và BC lần lượt tại P, Q . Biết MP cắt NQ tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

- A.** I, A, C . **B.** I, B, D . **C.** I, A, B . **D.** I, C, D .

Câu 18. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD . Một mặt phẳng α cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tung ứng tại các điểm M, N, P, Q . Khẳng định nào đúng?

- A.** Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui. **B.** Các đường thẳng MP, NQ, SO chéo nhau.
C. Các đường thẳng MP, NQ, SO song song. **D.** Các đường thẳng MP, NQ, SO trùng nhau.

Câu 19. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD

a) Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) là hình gì?

- A.** Tam giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC . Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

- A.** Ngũ giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành