

BÀI 1. LŨY THỪA

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. KHÁI NIỆM LŨY THỪA

1. Lũy thừa với số mũ nguyên:

Cho n là một số nguyên dương.

Với a là số thực tùy ý, lũy thừa bậc n của a là tích của n thừa số a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \quad (n \text{ thừa số}).$$

$$\text{Với } a \neq 0, \text{ thì } a^0 = 1 \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Ta gọi a là cơ số, n là mũ số. Và chú ý 0^0 và 0^{-n} không có nghĩa.

2. Một số tính chất của lũy thừa

- Giả thuyết rằng mỗi biểu thức được xét đều có nghĩa:

$$a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}; \quad \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}; \quad (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha \cdot \beta}; \quad (ab)^\alpha = a^\alpha \cdot b^\alpha;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha}; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-\alpha} = \left(\frac{b}{a}\right)^\alpha.$$

- Nếu $a > 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$;
- Nếu $0 < a < 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$.
- Với mọi $0 < a < b$, ta có:

$$a^m < b^m \Leftrightarrow m > 0$$

$$a^m > b^m \Leftrightarrow m < 0$$

3. Căn bậc n :

3.1. Định nghĩa : Cho số thực b và số nguyên dương n ($n \geq 2$), số a được gọi là căn bậc n của số b nếu $a^n = b$.

3.2. Một số tính chất của căn bậc n :

Với $a, b \geq 0, m, n \in \mathbb{N}^*, p, q \in \mathbb{Z}$ ta có:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}; \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b > 0); \quad \sqrt[n]{a^p} = (\sqrt[n]{a})^p \quad (a > 0); \quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\text{Nếu } \frac{p}{n} = \frac{q}{m} \text{ thì } \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[m]{a^q} \quad (a > 0); \quad \text{Đặc biệt } \sqrt[n]{a} = \sqrt[mn]{a^m}$$

- Nếu n là số nguyên dương lẻ và $a < b$ thì $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.

Nếu n là số nguyên dương chẵn và $0 < a < b$ thì $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$.

4. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

Định nghĩa: Cho số thực a dương và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$). Khi đó $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

5. Lũy thừa với số mũ thực :

Định nghĩa : Cho số thực dương a và α là số vô tỉ. Khi đó tồn tại dãy số hữu tỉ (r_n) có giới hạn α và $a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} a^{r_n}$.

Chú ý:

- Lũy thừa với số mũ không nguyên có đầy đủ tính chất như lũy thừa với số mũ nguyên.

- Khi xét lũy thừa với số mũ 0 và số mũ nguyên âm thì cơ số a phải khác 0.
- Khi xét lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số a phải dương.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1:** Rút gọn biểu thức $P = x^3 \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.
- A. $P = x^{\frac{1}{8}}$ B. $P = x^2$ C. $P = \sqrt{x}$ D. $P = x^{\frac{2}{9}}$
- Câu 2:** Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.
- A. $Q = b^2$ B. $Q = b^{\frac{5}{9}}$ C. $Q = b^{-\frac{4}{3}}$ D. $Q = b^{\frac{4}{3}}$
- Câu 3:** Với a, b là những số dương, biểu thức $\frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}$ bằng:
- A. $2\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}$ B. $-\sqrt[4]{b}$ C. $\sqrt[4]{b} \sqrt[4]{b}$ D. $\sqrt[4]{a}$.
- Câu 4:** Cho $m > 0$. Biểu thức $m^{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{m}\right)^{\sqrt{3}-2}$ bằng:
- A. m^2 B. $m^{2\sqrt{3}-3}$ C. m^{-2} D. $m^{2\sqrt{3}-2}$.
- Câu 5:** Với giá trị nào của a thì $\sqrt{a^3 \sqrt[4]{a^2}} = \sqrt[4]{2^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}$?
- A. $a = 1$. B. $a = 2$. C. $a = 0$. D. $a = 3$.
- Câu 6:** Với $a \neq 0$, giá trị nào của x để $\frac{1}{2}(a^x + a^{-x}) = 1$?
- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = a$. D. Giá trị khác.
- Câu 7:** Với điều kiện nào của a thì $(a-1)^{\frac{2}{3}} < (a-1)^{\frac{1}{3}}$?
- A. $a > 2$. B. $a > 1$. C. $1 < a < 2$. D. $0 < a < 1$.
- Câu 8:** Nếu $(\sqrt{2}-1)^m < (\sqrt{2}-1)^n$ thì ta kết luận gì về m và n ?
- A. $m > n$. B. $m < n$. C. $m = n$. D. $m \leq n$.
- Câu 9:** Cho a, b là hai số thực dương. Rút gọn biểu thức $A = \frac{(\sqrt[3]{a^3 \cdot b^2})^6}{\sqrt[4]{a^{16} \cdot b^8}}$ ta được:
- A. $A = a b^3$ B. $A = a^2 b$ C. $A = ab^2$ D. $A = a^4 b^3$
- Câu 10:** Cho a là số thực dương, m, n tùy ý. Phát biểu nào sau đây là phát biểu **sai**?
- A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. B. $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$. C. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$. D. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.
- Câu 11:** Cho $M = 2^{2k+1} - 2^{2k-1} - 2^{2k}$. Thế thì M bằng:
- A. 2^{2k-1} B. 2^{2k} C. 0 D. 2^{2k+1}
- Câu 12:** Cho $(a-1)^{\frac{2}{3}} > (a-1)^{\frac{3}{4}}$. Khi đó:
- A. $1 < a < 2$ B. $a > 1$ C. $a > 2$ D. $0 < a < 1$
- Câu 13:** Biến đổi biểu thức $M = \sqrt[3]{x^2 \sqrt[5]{x^2}}$ ($x > 0$) về dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ ta được
- A. $M = x^{\frac{4}{5}}$ B. $M = x^{\frac{4}{15}}$ C. $M = x^{\frac{15}{4}}$ D. $M = x^{\frac{5}{4}}$

